

Complejidad, Caos y Sistemas Biológicos

Jorge Farbiarz F.*
Diego Luis Alvarez M.**

Resumen

La física y las matemáticas han sido utilizadas por el hombre para explicar los fenómenos naturales que observa. La teoría del caos y los fractales son términos cada vez más encontrados en diversos ámbitos sin que la medicina sea una excepción. Con esta revisión, se pretende dar a conocer de manera sencilla y breve, los principales conceptos de la teoría de caos y los fractales y la manera como pueden ser utilizadas como herramientas de estudio de los sistemas biológicos.

Abstract

Physics and mathematics have been used to explain natural phenomena. Chaos theory and fractals are encountered with increasing frequency in different fields, including medicine. In this review we aim to explain in a simple way the main concepts of chaos theory and fractals and how they apply to the study of the biological systems.

Introducción

La medicina ha tenido un enorme desarrollo tecnológico, alcanzando un profundo nivel en el conocimiento durante el presente siglo. Para que se

diera este proceso, un elemento fundamental fue la intervención de distintas disciplinas en aplicaciones específicas para resolver problemas.

Las matemáticas, han estado involucradas, sin duda, en estos avances, desde la aplicación de fórmulas sencillas (como el cálculo de la superficie corporal), hasta el procesamiento digital de imágenes de resonancia magnética.

A pesar de este protagonismo, ellas han sido para la mayoría de los médicos, un tema espinoso, árido y poco comprendido, mientras que para muchos otros, se ha convertido en una de sus más valiosas herramientas.

La teoría del caos y los fractales son términos cada vez más encontrados en diversos ámbitos, y la medicina no es una excepción. Es así como en las últimas dos décadas han aparecido grupos que investigan en este campo, y recientemente se comenzaron a ver con mayor frecuencia, artículos de estudios clínicos relacionados con este tema en publicaciones de revistas de gran reconocimiento como el Journal of the American College of Cardiology (JACC), Journal of the American Medical Association (JAMA) y New England Journal of Medicine (NEJM) y IEEE Engineering in Medicine and Biology, entre otras.

Con este artículo se pretende dar a conocer de manera sencilla y breve, los principales conceptos de

* Médico, especialista en Ingeniería Biomédica Artificial.
Profesor de fisiología de la Universidad de Antioquia y de la Universidad Pontificia Bolivariana.
Profesor de posgrado de Ingeniería Biomédica U.P.B.
Profesor de la Maestría en Biofísica de la Universidad de Antioquia.
Investigador del Centro de Investigaciones en Salud de la Facultad de Medicina U.P.B.
Grupo de Bioseñales e Inteligencia Artificial U. de A. - U.P.B.

**Estudiante de la maestría en Bioingeniería en la línea de Bioseñales e Inteligencia

la teoría de caos, mostrar la importancia que tiene esta herramienta para la medicina, indicar algunas aplicaciones médicas prácticas y generar inquietud e interés en el tema por parte de la comunidad médica.

A lo largo de la historia, el hombre ha intentado comprender, explicar los fenómenos que observaba y lo ha hecho principalmente a través de la filosofía y de la física.

Según Aristóteles, las matemáticas se originaron porque la clase sacerdotal de Egipto tenía el tiempo necesario para dedicarse a su estudio. Esto fue corroborado dos mil años más tarde, cuando se encontró un papiro escrito por el sacerdote Ahmes en la época de 1700 a.C. titulado "Orientaciones para Conocer todas las Cosas Oscuras". (J.R. Newman, 1994)

Un modelo matemático puede entenderse como una simplificación de la realidad que nos da una visión parcial de ésta, pero que es lo suficientemente simple para ser manejado en la práctica con un error aceptablemente pequeño.

Sin embargo, los modelos no son completos; de lo contrario serían tan complejos como la realidad misma.

A lo largo de la historia fueron apareciendo modelos que en muchos casos sirvieron de base en la construcción de otros posteriores. Es así como a nuestra manera de ver, la teoría del caos y los fractales, no son más que una herramienta (un modelo), que nos permite entender mejor el comportamiento de los sistemas dinámicos complejos.

El Nacimiento del Caos Determinístico

James Clerk Maxwell (1831 – 1879), es mejor recordado por sus contribuciones al campo del electromagnetismo, pero su trabajo en la teoría de los gases fue también muy importante. Vivió en una época en la que el mundo intelectual estaba regido por el concepto de un universo predecible, pero en su trabajo científico y en sus escritos más filosóficos, mostró ser la primera persona en entender lo que hoy llamamos "caos determinístico", al reconocer la importancia de los sistemas que dependen de las condiciones iniciales.

Poincaré, hizo eco a las ideas de Maxwell, llegando a la conclusión de que en muchos sistemas no es posible predecir con exactitud su evolución futura, ya que aunque se conocen las reglas que gobiernan dicho sistema, las condiciones iniciales sólo se conocen de manera aproximada, y aparecen perturbaciones impredecibles en su comportamiento. Una de las tantas preguntas que estimularon su trabajo científico fue la siguiente:

"Porqué las tormentas y las lluvias parecen venir por casualidad, de manera que la gente ve muy natural rezar para que llueva o para que haya buen clima, mientras que considerarían ridículo rezar para que haya un eclipse?" (Newman, 1994)

Los sistemas biológicos exhiben un comportamiento denominado "no lineal", por lo tanto, frecuentemente resulta difícil predecir su comportamiento frente a un estímulo dado (Godberger A., Rigney D et al, 1991).

El análisis en sistemas biológicos ha sido tradicionalmente estadístico, ante el fracaso de los modelos determinísticos.

Existen muchos modelos matemáticos que sirven para describir el comportamiento de sistemas, valiéndose de distintas ecuaciones. Sin embargo, muchos de estos modelos no se ajustan adecuadamente al comportamiento de los sistemas reales debido a que, como se mencionó, ellos tienen una dinámica no lineal.

Para tratar de solucionar el problema de la modelación matemática de esta dinámica, se han desarrollado técnicas alternativas entre la que se encuentra la "Teoría de Caos" y los "Fractales".

Teoría de Caos

Un modelo que nació el siglo pasado, cuya adopción se dio con el advenimiento de los computadores, está hoy en día en una etapa de madurez temprana, la cual lo convierte en un método válido y promisorio para estudiar el comportamiento de los sistemas biológicos.

Generalidades

Hasta hace no menos de 50 años, se pensaba que el comportamiento de la mayoría de sistemas era determinista, es decir, obedece a leyes determinadas, y por lo tanto puede ser predicho fácilmente (Solé R. And Manrubia S., 1993). Dicho concepto está fundamentado en el modelo de Homeostasis propuesto por Claude Bernard y desarrollado posteriormente por Walter Canon.

Fruto de éste modelo homeostático-determinístico, es el concepto de la enfermedad como un desequilibrio o pérdida de la estabilidad del sistema. Dicho modelo resultaba interesante en lo teórico, pero inaplicable en lo práctico.

Por lo anterior, la herramienta primordial para describir los fenómenos y tomar decisiones sobre ellos (diagnósticos o tratamientos), fueron y siguen siendo, los métodos estadísticos.

De otro lado, se pueden observar sistemas con un comportamiento global determinístico, y un comportamiento local impredecible. Por ejemplo: se sabe que la frecuencia cardíaca de una persona normal en reposo se puede encontrar entre 60 y 100 latidos por minuto, pero es imposible predecir con exactitud, la frecuencia cardíaca en el próximo instante, a partir de un registro histórico. (Bassingthwaight et al, 1994) (Goldberger A., 1996)

Este tipo de comportamiento se observa en sistemas que tienen componentes físicos determinísticos, pero que se encuentran influidos por factores externos variables e impredecibles.

Dicho comportamiento es **aparentemente** aleatorio; sin embargo, pueden ser modelados matemáticamente por ecuaciones que tienen un componente claramente determinístico, pero que involucran la incertidumbre como parte del sistema. Este tipo de comportamiento de apariencia desordenada, con un componente determinístico subyacente, se denomina comportamiento **caótico**.

El caos no significa desorden absoluto, significa un comportamiento regido por factores determinísticos, pero con un nivel significativo de incertidumbre en la evolución de su comportamiento.

La teoría matemática de caos pretende, entre otras cosas, dar herramientas **cuantitativas** para poder hacer un trabajo fundamentado en el método científico.

Términos importantes en la teoría de Caos

Espacio de Fase: Es una representación del comportamiento de un sistema.

Existen varias técnicas para elaborarlos. Una de ellas se logra, graficando las principales variables del sistema, unas contra otras (por ejemplo, presión contra volumen en el ciclo cardíaco); otra es relacionando una función, contra su derivada (por ejemplo, las curvas de flujo – volumen durante el ciclo respiratorio); también se puede representar una función, contra sí misma, introduciendo un desfase (Fig. 1)

Atractor: Es la estructura que se genera en el espacio de fase (E. Mosekilde et al, 1991, A Goldberger 1996).

Existen varios tipos de atractor (Piekowsky I., 1992):

Atractor Puntual: Cuando las variables de un sistema tienden a un valor estable o al reposo, por ejemplo en el caso de un péndulo el que se da un estímulo y oscila hasta detenerse. (Fig. 2)

Atractor de Ciclo Límite: Se observa cuando se estudian sistemas con un comportamiento cíclico regular. Este atractor se confina a un subespacio del espacio de fase, pero las trayectorias que describen las variables son siempre iguales, siendo predecible su comportamiento en el tiempo. (Fig. 3.)

Atractor Toroidal: Cuando el sistema es cuasiperiódico genera un atractor similar al de ciclo límite, pero las trayectorias no siempre pasan por los mismos puntos, apreciándose así, el comportamiento no uniforme. (Fig. 4.)

Atractor Extraño: Es el atractor característico de los fenómenos de comportamiento caótico. Tiene formas muy variadas con trayectorias impredecibles localmente, pero circunscritas en un subespacio, presentándose así, la llamada estabilidad global con inestabilidad local. (Fig. 5.)

Dimensión del Atractor: Es una cifra que permite cuantificar las características de un atractor, y que se calcula por diferentes métodos como la dimensión de correlación propuesta por P. Grassberger e I. Procaccia (1983).

Con la dimensión de correlación, lo que se hace es establecer, que tanta correlación existe entre un punto del atractor con sus vecinos. Un sistema de baja complejidad, exhibirá comportamientos bastante regulares, por lo cual los cambios en sus variables mostrarán gran correlación entre un dato con los anteriores o los siguientes. Por el contrario, en un sistema totalmente aleatorio un dato, no tiene ninguna correlación con sus vecinos. En los sistemas dinámicos no lineales, también llamados sistemas complejos, la dimensión de correlación varía según su grado de complejidad.

Se puede decir que la dimensión de correlación mide la complejidad global del sistema (Hoyer D. Et al, 1997), y tiene la gran virtud de que permite establecer el número de variables independientes que determinan el comportamiento del sistema.

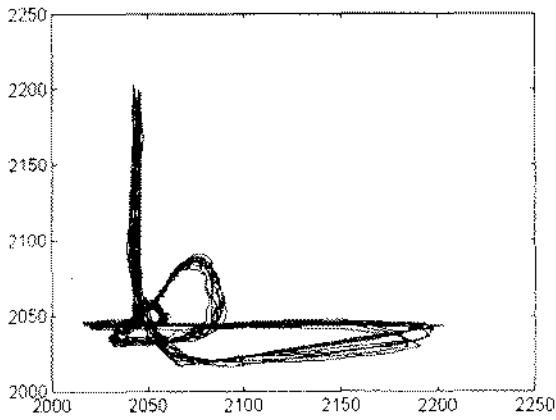


Fig. 1. Espacio de fase de un electrocardiograma. Se grafica la señal electrocardiográfica (eje X), contra la misma señal desfasada (eje Y)

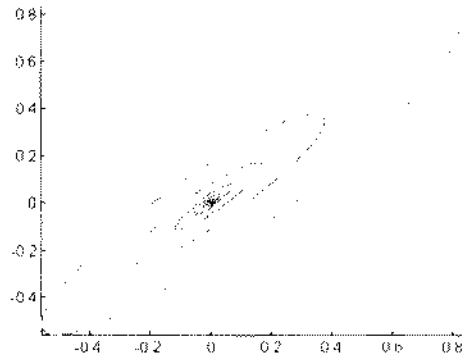


Fig. 2. Atractor Puntual.

Representa un péndulo que va disminuyendo su movimiento con el tiempo debido al efecto de la gravedad. Las coordenadas representan la posición velocidad del péndulo.

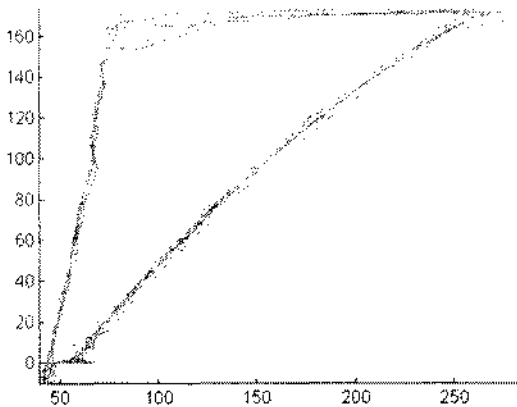


Fig. 3. Atractor de Ciclo Límite.

Representación del comportamiento del pulmón en ventilación mecánica. Presión (eje X), contra el Volumen (eje Y). Se observa un comportamiento cíclico regular, produciendo una atractor confinado a un subespacio del espacio de fase.

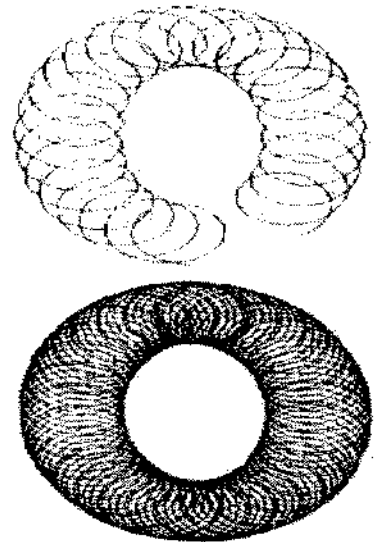


Fig. 5. Atractor Toroidal.

Esquematiza el comportamiento de un sistema cuasiperiódico determinístico, en el cual las trayectorias son muy regulares pero se desplazan uniformemente dentro de un subespacio del espacio de fase.

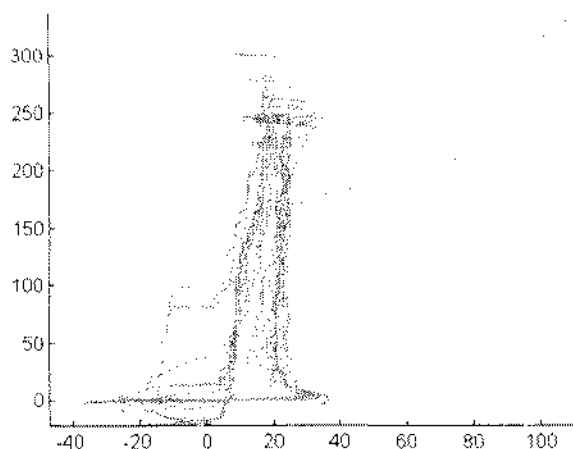


Fig. 5. Atractor Extraño.

Este atractor corresponde al mismo sistema del pulmón (Fig. 4.), pero sin el control ejercido por el ventilador mecánico. Se aprecia que el comportamiento del sistema es caótico porque las variables (presión y volumen) tienen comportamientos diferentes en cada ciclo. A pesar de ello, el sistema tiene estabilidad global.

Fractales

Según B. Mandelbrot, se denomina fractal a aquel objeto o estructura que consta de fragmentos de orientación y tamaño variable pero de aspecto similar (Grassberger and Procaccia, 1983, Goldberger, 1991).

Sus características le confieren propiedades geométricas especiales en cuanto a su longitud, y la relación entre el área de superficie y su volumen. Estas propiedades especiales hacen que se requieran otras herramientas matemáticas diferentes a las convencionales para cuantificar sus características.

En el cuerpo humano existen muchas estructuras con geometría fractal, como son la red vascular, el árbol bronquial, la red de neuronas, la mucosa intestinal, la disposición de las glándulas, etc. (Bassingthwaight et al., 1994)

La importancia de la geometría fractal en el organismo es que permite optimizar la función de los sistemas ya que tienen una gran superficie sin ser órganos demasiado voluminosos. Los pulmones, por ejemplo, tienen un área de intercambio de aproximadamente 100 metros cuadrados (una cancha de basketball), mientras que el volumen total es de unos 7 a 8 litros. Así como existen estructuras con geometría fractal, existen fenómenos con características fractales, ya que poseen patrones de comportamiento que se repiten

en diferentes escalas de tiempo. Estos fenómenos pueden ser caracterizados con el uso de las herramientas matemáticas de la geometría fractal.

La teoría fractal es por lo tanto, una herramienta válida y útil para el estudio de fenómenos dinámicos en el cuerpo humano, y permite una aproximación más acorde con la complejidad y la no linealidad de dichos procesos. (H. P. Koch, 1993)

Dimensión Fractal

Por medio de este índice matemático, se pueden cuantificar las características de los objetos o fenómenos fractales.

Hay varios métodos para calcular la dimensión fractal como el exponente de Hurst (R. Solé and S. Manrubia, 1993, Bassingthwaight et al., 1994)

Interpretación de la Dimensión Fractal

El término "dimensión", en geometría, se refiere generalmente a la dimensión euclidiana clásica en la que una dimensión es una línea, dos dimensiones conforman un plano y tres dimensiones un volumen.

Si un cubo se parte en 2 por cada una de sus caras, aparecen 8 cubos. Si se dividiera en 3 partes en cada una de sus caras, aparecerían 27 cubitos. Se puede

generalizar éste fenómeno con una ley potencial representada por la siguiente ecuación:

$$N = F^D$$

Donde N es el número de piezas que aparecen.

F es el factor de escala

D es la dimensión del objeto.

Para el caso del cubo, $8=2^3$ y $27=3^3$.

Desde este punto de vista, el cubo tiene una dimensión de 3.

La geometría clásica, a pesar de su gran utilidad, tiene limitaciones cuando se pretenden medir estructuras naturales.

Quien quiera medir la superficie de una piedra, trataría de aproximarla a una esfera o a un cubo; de igual manera, si se desea saber cuál es la superficie de absorción del intestino, la medida cambiará según la resolución que utilice para hacerlo, debido a que el intestino presenta pliegues desde el nivel macroscópico hasta el microscópico.

Una línea irregular que tiende a llenar un espacio bidimensional tiene una dimensión fraccionaria entre 1 y 2, así como un plano que se pliega, tiende a llenar un espacio tridimensional, teniendo una dimensión fractal entre 2 y 3.

Muchas cosas en la naturaleza (como las estructuras porosas, interfases o límites entre estructuras, superficies rugosas, objetos que se ramifican, etc.) tienen características fractales. (H.P. Koch, 1993).

De esta manera, la dimensión fractal es un índice que permite cuantificar mejor las características geométricas de los objetos que tienen geometría fractal (P.Grassberger, 1983)

Los fenómenos con comportamiento fractal se

pueden representar por medio de gráficos de tendencia; a estos gráficos se les puede medir la dimensión fractal, logrando así cuantificar la complejidad de su dinámica. (R. Eberhart, 1969)

Bibliografía

1. J. Bassingthwaite, L. Liebovitch and B. West, "Fractal Physiology", American Physiological Society, 1994.
2. R. Eberhart, "Chaos Theory for the Biomedical Engineer", IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine; September 1969:41-45.
3. A. Goldberger, D. Ringe y B. West, "Caos y fractales en la fisiología humana. Scientific American, Primera edición, 109-116, 1991.
4. A. Goldberger, "Non-linear Dynamics for Clinicians. Chaos Theory, Fractals and Complexity at the Bedside", Lancet, 347: 1312:1314. 1996.
5. P. Grassberger and I. Procaccia, "Characterization of Strange Attractors", Phys. Rev. Lett. 50; 346:349. 1983.
6. D. Hoyer and R. Schmidt, "Nonlinear Analysis of Heart Rate And Respiratory Dynamics". IEEE Engineering in Medicine and Biology, January/February 1997; 31:39.
7. H. P. Koch, "The Concept of Fractals and the Pharmaceutical Sciences", Pharmazie; 48:643-655. 1993.
8. E. Mosekilde and L. Mosekilde, "Complexity, Chaos and Biological Evolution". NATO Scientific Affairs Division. Plenum Press. New York. 1991.
9. J.R. Newman, "El Mundo de las Matemáticas", Ed. Grijalbo, S.A., 1994.
10. W.S. McCulloch, and W. Pitts, "A Logical Calculus of the Ideas Imminent in Nervous Activity", Bulletin of Mathematical Biophysics, 5, 115-133, 1943.
11. J. Piekowsky, "Juega Dios a los Dados?", Mundo Libro, Borja, 1992.
12. R. Solé y S. Manrubia, "Orden y Caos en Sistemas Complejos", Edicions UPC, España, 1993.